

Zagadnienia do egzaminu magisterskiego

od roku akademickiego 2015/2016

Przedmioty kierunkowe

Analiza rzeczywista i zespolona

1. Równoważne definicje funkcji holomorficznej: Cauchy'ego, Weierstrassa i Riemanna.
2. Wzór całkowy Cauchy'ego. Metoda obliczania całek przy pomocy residuum.
3. Zasada maksimum. Dowód podstawowego twierdzenia algebry.
4. Ciała i sigma- ciała zbiorów; pojęcie funkcji mierzalnych względem sigma-ciała i ich własności.
5. Miary dodatnie; całka Lebesgue'a względem miary dodatniej.
6. Twierdzenia Lebesgue'a o zbieżności - monotonicznej i ograniczonej; zupełność przestrzeni funkcji całkowalnych.
7. Miara Lebesgue'a na przestrzeniach \mathbb{R}^n ; własności.
8. Miary produktowe - twierdzenie Fubini'ego i zasada Tonelliego

Analiza funkcjonalna

1. Zupełność przestrzeni metrycznych.
2. Twierdzenie Baire'a o kategorii.
3. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym.
4. Przestrzeń Banacha. Przykłady.
5. Przestrzeń liniowo-topologiczne. Przestrzeń lokalnie wypukłe.
6. Przestrzeń unitarne i Hilberta.
7. Układy ortogonalne. Szereg Fouriera w przestrzeni Hilberta. Przykłady.
8. Operatory liniowe. Norma operatora.

Matematyka dyskretna

1. Zliczanie funkcji i relacji (permutacje, kombinacje, wariacje).
2. Optymalne podziały zbiorów względem miar: ciastka, naleśnika, kanapki, naszyjnika.
3. Podziały skończonej liczby punktów w przestrzeni euklidesowej.
4. Spójność na szachownicach.
5. Grafy i hipergrafy.

6. Rodzaje grafów.
7. Parowanie (Matching); twierdzenia Halla.
8. n -spójność; różne charakteryzacje.

Rachunek prawdopodobieństwa II

1. Ciągi zmiennych losowych i rodzaje ich zbieżności.
2. Funkcje charakterystyczne i ich własności.
3. Mocne i słabe prawo wielkich liczb.
4. Centralne twierdzenie graniczne.
5. Łącuchy Markowa i ich własności.

Równania różniczkowe

1. Definicja równania różniczkowego zwyczajnego, jego rozwiązania szczególnego i ogólnego, interpretacja geometryczna.
2. Równania rzędu pierwszego całkowalne metodami elementarnymi: o zmiennych rozdzielonych, liniowe jednorodne i niejednorodne.
3. Twierdzenie o lokalnym istnieniu i jednoznaczności rozwiązania dla układów równań różniczkowych.
4. Metoda Eulera numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych.
5. Twierdzenia o ciągłej i gładkiej zależności rozwiązań od warunków początkowych i parametrów.
6. Układy równań różniczkowych liniowych rzędu pierwszego, struktura przestrzeni rozwiązań, liniowa niezależność rozwiązań, układ fundamentalny rozwiązań.
7. Równania rzędu n o stałych współczynnikach, metoda współczynników nieoznaczonych.
8. Pojęcie stabilności rozwiązań równań różniczkowych.

Topologia II

1. Sympleks i jego własności.
2. Lemat Spenera i twierdzenie Brouwera.
3. Lemat Tuckera i twierdzenie Borsuka-Ulana.
4. Kompleksy, odwzorowania symplijalne.
5. Półciągłość z góry i półciągłość z dołu multifunkcją.
6. Twierdzenie Kakutaniego

Procesy stochastyczne

1. Pojęcie procesu stochastycznego. Trajektorie procesu. Przestrzeń stanów procesu.
2. Procesy stacjonarne i ich własności.
3. Proces błędzenia losowego. Proces gałązkowy.
4. Proces Wienera i jego własności.
5. Proces Poissona i jego własności.

Statystyka II

1. Estymacja punktowa i przedziałowa. Własności estymatorów.
2. Ogólne metody uzyskiwania estymatorów.
3. Statystyki dostateczne. Estymatory nieobciążone o minimalnej wariancji i metody ich konstruowania.
4. Moc testu statystycznego. Testy jednostajnie najmocniejsze. Testy ilorazu wiarygodności.
5. Klasyczne i bayesowskie podejście do wnioskowania statystycznego – podobieństwa i różnice.

Przedmioty specjalnościowe

Specjalność: nauczanie matematyki

1. Trojaka natura matematyki szkolnej.
2. Cele nauczania matematyki. Cele ogólne i operacyjne. Podział celów nauczania według Z. Krygowskiej i S. Turnau.
3. Metody nauczania. Rodzaje i klasyfikacja metod stosowanych w nauczaniu matematyki. Metody aktywizujące uczniów.
4. Koncepcje realistycznego, problemowego i czynnościowego nauczania matematyki.
5. Zadania matematyczne i ich podział. Polyowski schemat rozwiązywania zadań.
6. Budowa i znaczenie definicji pojęć matematycznych w matematyce szkolnej. Błędy w definiowaniu pojęć matematycznych.
7. Twierdzenie matematyczne i jego dowód w matematyce szkolnej.
8. Typy rozumowań matematycznych: wnioskowanie empiryczne, rozumowanie intuicyjne i rozumowanie formalne; rozumowanie dedukcyjne i redukcyjne.
9. Język matematyki szkolnej. Elementy algebry w nauczaniu.
10. Badania edukacyjne w Polsce i na świecie.

Specjalność: zastosowania matematyki

1. Struktura rynku finansowego. Uczestnicy rynku. Rynek regulowany. Giełdy. Rynek pozagiełdowy.
2. Instrumenty finansowe. Obligacje, akcje. Instrumenty pochodne – kontrakty forward, futures, wymiany, opcje.
3. Model dwumianowy – wycena opcji europejskich i amerykańskich.
4. Modele z czasem ciągłym – model Blacka-Scholesa i jego modyfikacje.
5. Wybrane egzotyczne instrumenty pochodne np. opcje azjatyckie, barierowe, wyboru.