

## KARTA PRZEDMIOTU

<b>Kod przedmiotu</b>	<b>11.1-2MAT-B01-ARiZ</b>	
<b>Nazwa przedmiotu w języku</b>	<div> <div>polskim</div> <div>angielskim</div> </div>	<b>Analiza Rzeczywista i Zespólona Real and Complex Analysis</b>

### 1. USYTUOWANIE PRZEDMIOTU W SYSTEMIE STUDIÓW

1.1. Kierunek studiów	<i>matematyka</i>
1.2. Forma studiów	<i>studia stacjonarne / studia niestacjonarne</i>
1.3. Poziom studiów	<i>studia drugiego stopnia</i>
1.4. Profil studiów	<i>ogólnoakademicki</i>
1.5. Specjalność	<i>nauczanie matematyki, zastosowania matematyki</i>
1.6. Jednostka prowadząca przedmiot	<i>WM, Instytut Matematyki</i>
1.7. Osoba przygotowująca kartę przedmiotu	<i>prof. dr hab. Michał Wojciechowski, dr Michał Zakrzewski</i>
1.8. Osoba odpowiedzialna za przedmiot	<i>prof. dr hab. Michał Wojciechowski</i>
1.9. Kontakt	<a href="mailto:miwoj-impan@o2.pl">miwoj-impan@o2.pl</a>

### 2. OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA PRZEDMIOTU

2.1. Przynależność do modułu	<i>P/K</i>
2.2. Status przedmiotu	<i>obowiązkowy</i>
2.3. Język wykładowy	<i>polski, angielski</i>
2.4. Semestry, na których realizowany jest przedmiot	<i>1</i>
2.5. Wymagania wstępne	<i>Analiza Matematyczna III, Algebra Liniowa II</i>

### 3. FORMY, SPOSOBY I METODY PROWADZENIA ZAJĘĆ

Formy zajęć	<i>wykład, konwersatorium</i>	
3.1. Sposób realizacji zajęć	<i>zajęcia w pomieszczeniu dydaktycznym UJK</i>	
3.2. Sposób zaliczenia zajęć	<i>egzamin, zaliczenie z oceną</i>	
3.3. Metody dydaktyczne	<i>wykład, pogadanka, rozwiązywanie zadań</i>	
3.4. Wykaz literatury	podstawowa	<i>S. Hartman, J. Mikusinski, Teoria Miary i Całki Lebesgue'a. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1957</i>
	uzupełniająca	<i>F. Leja, Funkcje Zespólone, PWN, 2006. B. W. Szabat, Wstęp do Analizy Zespólonej, PWN, 1974. J. Krzyż, J. Ławrynowicz - Elementy analizy zespolonej. Wyd. 1. Warszawa 1981, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne</i>

### 4. CELE, TREŚCI I EFEKTY KSZTAŁCENIA

#### 4.1. Cele przedmiotu

##### Wiedza

- C1 – Zapoznanie studentów z teorią i podstawowymi metodami analizy rzeczywistej i zespolonej oraz licznych związkach obydwu tych dziedzin analizy matematycznej.  
C2 – Prezentacja podstawowych własności obiektów będących przedmiotem badań analizy rzeczywistej i zespolonej

##### Umiejętności

- C3 – Nabycie podstawowych umiejętności w posługiwaniu się metodami analizy rzeczywistej i zespolonej,  
C4 – Rozpoznawanie pojęć analizy rzeczywistej i zespolonej w innych działach matematyki.

##### Kompetencje społeczne

- C5 – kształtowanie postaw służących właściwej samoocenie studenta.

## 4.2. Treści programowe

**Wykład:** pojęcie sigma-algebry zbiorów, funkcje mierzalne, addytywne funkcje zbioru, miary dodatnie, całka Lebesgue'a względem miary dodatniej, nieistnienie nietrywialnej miary niezmienniczej na przestrzeniach euklidesowych, konstrukcja miary Lebesgue'a, zbiory miary zero, miary borelowskie, własności całki Lebesgue'a – twierdzenia o zbieżności monotonicznej i zmajoryzowanej, przestrzenie funkcji całkowalnych, zupełność, podstawowe własności przestrzeni Hilberta, miary produktowe, uzupełnienie miary, twierdzenie Fubiniego, zasada Cavalieriego, pojęcie różniczkowalności zespolonej, równanie Cauchy'ego Riemanna, całka po drodze, wzór Cauchy'ego, rozwijanie funkcji w szereg potęgowy, równoważność trzech definicji funkcji analitycznej w obszarze, konsekwencje wzoru Cauchy'ego, zasada maksimum, twierdzenie Louiville'a, dowód podstawowego twierdzenia algebry, osobliwości funkcji analitycznych, bieguny, residua, wykorzystanie residuów do obliczania całek niewłaściwych i sumowania szeregów, odwzorowania konforemne, rodziny montelowskie, twierdzenie Riemanna o odwzorowaniu konforemnym

**Konwersatorium:** własności miar borelowskich, własności miar produktowych, przestrzenie Banacha, funkcje różniczkowalnych w sensie Lebesgue'a, całkowalność w sensie Lebesgue'a a całkowalność w sensie Riemanna, homografie i ich własności, wykorzystanie funkcji zespolonych w geometrii klasycznej. Obliczanie całek niewłaściwych metodą residuów, znajdowanie wzorów dla przekształceń konforemnych obszarów, lokalizacja zer wielomianów

## 4.3. Przedmiotowe efekty kształcenia (mała, średnia, duża liczba efektów)

kod	Student, który zaliczył przedmiot	Stopień nasycenia efektu kierunkowego [+] [++] [+++]	Odniesienie do efektów kształcenia	
			dla kierunku	dla obszaru
	w zakresie <b>WIEDZY:</b>			
W01	Zna pojęcie sigma-ciała zbiorów, funkcji mierzalnej, miary dodatniej, oraz ich własności	+	MAT2A_W01	X2A_W01
W02	Zna definicje całki Lebesgue'a względem abstrakcyjnej miary dodatniej	+	MAT2A_W01	X2A_W01
W03	Zna konstrukcję miary Lebesgue'a na przestrzeniach euklidesowych	+	MAT2A_W01	X2A_W01
W04	zna podstawowe różnice między teorią całki Reimanna i Lebesgue'a	+	MAT2A_W01	X2A_W01
W05	Zna twierdzenie Fubiniego i zasadę Cavalieriego	+	MAT2A_W01	X2A_W01
W06	Zna twierdzenia Lebesgue'a o przechodzeniu do granicy pod znakiem całki	+	MAT2A_W01	X2A_W01
W07	Zna pojęcie zupełności przestrzeni $L^p$	+	MAT2A_W01	X2A_W01
W08	Zna równoważne definicje funkcji analitycznej: Riemanna, Cauchy'ego i Weierstrassa	+	MAT2A_W01	X2A_W01
W09	zna podstawowe własności funkcji holomorficzych i harmonicznych oraz ich zastosowania (podstawowe tw. algebry)	+	MAT2A_W01	X2A_W01
W10	Zna pojęcie bieguna, residuum i ich zastosowania w obliczaniu całek niewłaściwych i szeregów	+	MAT2A_W01	X2A_W01
W11	Zna pojęcie odwzorowania konforemnego i związane z nim zastosowania funkcji analitycznych	+	MAT2A_W02	X2A_W01 X2A_W02
	w zakresie <b>UMIEJĘTNOŚCI:</b>			
U01	Potrafi obliczać całkę Lebesgue'a funkcje mierzalne względem abstrakcyjnej miary	+	MAT2A_U05	X2A_U01
U02	Potrafi wykorzystywać zasadę Cavalieriego i tw. Fubiniego do obliczania całek względem miar produktowych	+	MAT2A_U01 MAT2A_U05	X2A_U01
U03	Potrafi rozpoznawać zbiory mierzalne, w szczególności zbiory miary 0	+		X2A_U01
U04	Potrafi stosować twierdzenia o przechodzeniu do granicy pod całką Lebesgue'a oraz zupełność przestrzeni $L^p$	+	MAT2A_U06	X2A_U01

U05	Potrafi sprawdzać analityczność funkcji oraz rozwijać funkcje w szereg Laurenta	+	MAT2A_U05	X2A_U01
U06	potrafi obliczać całki po drogach	+	MAT2A_U06	X2A_U01
U07	potrafi obliczyć wybrane całki oraz sumować szeregi metodą residuów	+	MAT2A_U05	X2A_U01
	w zakresie <b>KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH:</b>			
K01	formułuje pytania służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu,	+	MAT2A_K02	X2A_K01 X2A_K02
K02	pracuje w grupie, współpracuje z jej członkami.	+	MAT2A_K03	X2A_K02

4.4. Kryteria oceny osiągniętych efektów kształcenia dla każdej formy zajęć				
na ocenę 3	na ocenę 3,5	na ocenę 4	na ocenę 4,5	na ocenę 5
Zaliczenie konwersatorium: 51% - 60% łącznej liczby punktów możliwych do uzyskania	Zaliczenie konwersatorium: 61% - 70% łącznej liczby punktów możliwych do uzyskania	Zaliczenie konwersatorium: 71% - 80% łącznej liczby punktów możliwych do uzyskania	Zaliczenie konwersatorium: 81% - 90% łącznej liczby punktów możliwych do uzyskania	Zaliczenie konwersatorium: 91% - 100% łącznej liczby punktów możliwych do uzyskania
Egzamin: 51% - 60% łącznej liczby punktów możliwych do uzyskania	Egzamin: 61% - 70% łącznej liczby punktów możliwych do uzyskania	Egzamin: 71% - 80% łącznej liczby punktów możliwych do uzyskania	Egzamin: 81% - 90% łącznej liczby punktów możliwych do uzyskania	Egzamin: 91% - 100% łącznej liczby punktów możliwych do uzyskania

4.5. Metody oceny dla każdej formy zajęć							
Egzamin ustny	Egzamin pisemny	Projekt	Kolokwium	Zadania domowe	Referat Sprawozdania	Dyskusje	Inne
	x (w)		x (konw)	x (konw)		x	

## 5. BILANS PUNKTÓW ECTS – NAKŁAD PRACY STUDENTA

Kategoria	Obciążenie studenta	
	Studia stacjonarne	Studia Niestacjonarne
<b>LICZBA GODZIN REALIZOWANYCH PRZY BEZPOŚREDNIM UDZIALE NAUCZYCIELA /GODZINY KONTAKTOWE/</b>	<b>95</b>	<b>65</b>
Udział w wykładach	45	30
Udział w ćwiczeniach, konwersatoriach, laboratoriach... itd.	45	30
Udział w konsultacjach	3	3
Udział w egzaminie/kolokwium zaliczeniowym itp.	2	2
Inne		
<b>SAMODZIELNA PRACA STUDENTA /GODZINY NIEKONTAKTOWE/</b>	<b>80</b>	<b>110</b>
Przygotowanie do wykładu	20	30
Przygotowanie do ćwiczeń, konwersatorium, laboratorium itp.	40	50
Przygotowanie do egzaminu/kolokwium	20	30
Zebranie materiałów do projektu, kwerenda internetowa		
Opracowanie prezentacji multimedialnej		
Przygotowanie hasła do wikipedii		
Inne		
<b>ŁĄCZNA LICZBA GODZIN</b>	<b>175</b>	<b>175</b>
<b>PUNKTY ECTS za przedmiot</b>	<b>7</b>	<b>7</b>

*Przyjmuję do realizacji* (data i podpisy osób prowadzących przedmiot w danym roku akademickim)

.....