

# Zagadnienia na egzamin dyplomowy Matematyka

## *Pytania kierunkowe*

### **Wstęp do matematyki**

1. Relacja równoważności, przykłady relacji równoważności. Zasada abstrakcji.
2. Równoliczność zbiorów i moc zbioru. Zbiory przeliczalne i zbiory mocy continuum. Przykłady.
3. Zbiory uporządkowane: częściowo, liniowo i dobrze uporządkowane.

### **Analiza matematyczna I i II**

1. Granica ciągu liczbowego. Związki między monotonicznością, ograniczonością i zbieżnością ciągu.
2. Granica funkcji jednej i wielu zmiennych. Związki granicy funkcji z działaniami arytmetycznymi, ograniczonością i monotonicznością funkcji.
3. Ciągłość funkcji jednej i wielu zmiennych. Związek ciągłości i granicy funkcji.
4. Własności funkcji ciągłych na przedziale domkniętym i ograniczonym.
5. Różniczkowalność funkcji jednej i wielu zmiennych. Związek ciągłości i różniczkowalności funkcji. Warunki konieczne i dostateczne różniczkowalności funkcji.
6. Ekstremum lokalne funkcji jednej i wielu zmiennych. Związek ekstremów z pochodnymi. Warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremum.
7. Monotoniczność i wypukłość funkcji jednej zmiennej. Związek między pochodnymi a monotonicznością i wypukłością funkcji.
8. Wzór Taylora i jego zastosowania.

9. Szereg liczbowy zbieżny, warunek konieczny zbieżności. Podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych. Przykłady szeregów liczbowych zbieżnych i rozbieżnych.
10. Funkcja pierwotna i całka nieoznaczona. Podstawowe własności całki nieoznaczonej. Przykłady klas funkcji całkownych w sposób elementarny.

### **Analiza matematyczna III i IV**

1. Całka oznaczona Riemanna: istnienie, własności, związek z całką nieoznaczoną, zastosowania geometryczne.
2. Ciągi i szeregi funkcyjne, kryteria zbieżności. Szeregi potęgowe.
3. Funkcja uwikłana, jej istnienie i różniczkowalność.
4. Ekstrema warunkowe, warunek konieczny I rzędu, mnożniki Lagrange'a.
5. Wielowymiarowa całka Riemanna, całka iterowana, twierdzenie Fubinięgo.
6. Zamiana zmiennych w całkach 2 i 3-krotnych, przykłady.
7. Całki krzywoliniowe: niezorientowana i zorientowana, związek pomiędzy nimi. Twierdzenie Greena.

### **Algebra liniowa I i II**

1. Ciało liczb zespolonych.
2. Macierze. Układy równań liniowych, twierdzenie Kroneckera-Capelliego, metoda eliminacji Gaussa.
3. Przestrzeń wektorowa, baza i wymiar przestrzeni wektorowej, suma i suma prosta podprzestrzeni.
4. Odwzorowania liniowe, jądro i obraz, macierz odwzorowania.
5. Operatory liniowe, wielomian charakterystyczny i minimalny operatora liniowego, wartości własne i wektory własne.
6. Diagonalizacja operatora liniowego.

### **Algebra z teorią liczb**

1. Grupy, warstwy, dzielniki normalne, grupy ilorazowe, homomorfizmy grup.
2. Pierścienie, ideały, pierścienie ilorazowe, homomorfizmy pierścieni.
3. Ciało, podciało, charakterystyka ciała. Ciało algebraicznie domknięte. Ciało liczb algebraicznych.
4. Teoria podzielności w pierścieniach całkowitych, pierścienie z jednoznacznością rozkładu, pierścienie Euklidesa, algorytm Euklidesa.
5. Kongruencje w pierścieniu liczb całkowitych. Cechy podzielności.

## **Geometria analityczna**

1. Krzywe stożkowe: elipsa, hiperbola i parabola. Równania osiowe elipsy i hiperboli, równanie wierzchołkowe paraboli.
2. I i II twierdzenie Apoloniusza.
3. Położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni.

## **Rachunek prawdopodobieństwa I**

1. Prawdopodobieństwo i jego własności.
2. Prawdopodobieństwo całkowite i twierdzenie Bayesa.
3. Zmienna losowa. Wartość oczekiwana i wariancja zmiennej losowej.
4. Zbieżności i twierdzenia graniczne w rachunku prawdopodobieństwa.

## **Statystyka I**

1. Etapy badania statystycznego.
2. Estymacja punktowa i przedziałowa parametrów populacji.
3. Etapy testowania hipotez statystycznych.

## **Topologia I**

1. Przestrzeń topologiczna. Przykłady.
2. Aksjomaty oddzielania.
3. Zwartość przestrzeni topologicznych. Własności, przykłady.

## **Algorytmy i struktury danych**

1. Notacja asymptotyczna i jej zastosowania.
2. Metoda „dziel i zwyciężaj”.
3. Algorytmy sortowania.

## **Języki i techniki programowania**

1. Struktura programu napisanego w języku C (na przykładzie programu znajdowania największego elementu ciągu liczbowego).
2. Zasady programowania zorientowanego obiektowo.
3. Zasady programowania zdarzeniami (na przykładzie MS Visual C++).

## ***Pytania specjalnościowe: Nauczanie Matematyki***

### **Dydaktyka matematyki I i II**

1. Podstawa programowa – matematyka, wymagania ogólne i wymagania szczegółowe dla II etapu edukacyjnego. Podstawa programowa a program nauczania.
2. Cele nauczania matematyki. Taksonomie celów nauczania.
3. Typy zadań matematycznych, kryteria podziału zadań. Metody rozwiązywania zadań matematycznych właściwe dla II etapu edukacyjnego. Schemat Polyi jako podstawa metodyki rozwiązywania zadań matematycznych.
4. Koncepcje: czynnościowego, realistycznego i problemowego nauczania matematyki.
5. Ocena wiedzy i umiejętności ucznia. Diagnostowanie możliwości ucznia. Ocenianie wewnętrzne i zewnętrzne.

### **Matematyka szkolna I**

1. Pojęcia matematyczne występujące na II etapie edukacyjnym – definicje pojęć, koncepcje ich kształtowania.
2. Pojęcia matematyczne w ujęciu matematyki wyższej i matematyki szkolnej.
3. Twierdzenia matematyczne na II etapie edukacyjnym, ich odkrywanie i uzasadnianie.

### **Geometria elementarna**

1. Aksjomatyczne ujęcie geometrii.
2. Izometrie i jednokładność.
3. Przekształcenia afiniczne na płaszczyźnie.

## ***Pytania specjalnościowe: Zastosowania Matematyki***

### **Systemy baz danych**

1. Podstawowe pojęcia związane z modelem relacyjnym bazy danych (schemat relacji, relacja zależność funkcyjna zbiorów atrybutów, klucz), algebra relacji, anomalie związane z niewłaściwym zaprojektowaniem schematu bazy danych i proces normalizacji.
2. Model pojęciowy bazy danych, jego zapis w języku UML i konwersja modelu pojęciowego na model relacyjny.

3. Język SQL na przykładzie dialektu MySQL: podstawowe instrukcje języka i zakres ich zastosowania, tworzenie transakcji, podstawowe zasady budowy i wykorzystania wyzwalaczy i procedur składowanych, realizacja dostępu do baz MySQL w języku PHP.

## **Podstawy matematyki finansowej i ubezpieczeniowej**

1. Metody dynamiczne oceny projektów inwestycyjnych (PV, IRR, MIRR, Pi).
2. Rodzaje papierów wartościowych.

## **Ekonomia matematyczna**

1. Relacja preferencji. Funkcja użyteczności a relacja preferencji.
2. Przestrzeń produkcyjna i równowaga konkurencyjna.

## **Ekonometria I**

1. Etapy modelowania ekonometrycznego.
2. Własności stochastyczne opisowego modelu ekonometrycznego.
3. Metody estymacji opisowych modeli ekonometrycznych.

## **Badania operacyjne**

1. Metody rozwiązywania zadań programowania liniowego.
2. Programowanie całkowitoliczbowe.