

**ZAGADNIENIA DO EGZAMINU MAGISTERSKIEGO**

od roku akademickiego 2018/2019

***Przedmioty kierunkowe*****Analiza rzeczywista i zespolona**  
[aktualizacja kwiecień 2020 r.]

1. Definicja funkcji holomorficznej.
2. Wzór całkowy Cauchy'ego. Dowód podstawowego twierdzenia algebry.
3. Metoda obliczania całek przy pomocy residuum.
4. Zasada maksimum.
5. Ciała i sigma- ciała zbiorów; pojęcie funkcji mierzalnych względem sigma-ciała i ich własności.
6. Miara Lebesgue'a na przestrzeniach  $\mathbb{R}^n$ ; własności.
7. Miary dodatnie; całka Lebesgue'a względem miary dodatniej.
8. Twierdzenia Lebesgue'a o zbieżności - monotonicznej i ograniczonej.
9. Przestrzenie funkcji całkowalnych.
10. Miary produktowe - twierdzenie Fubiniego.

**Analiza funkcjonalna**

1. Zupełność przestrzeni metrycznych.
2. Twierdzenie Baire'a o kategorii.
3. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym.
4. Przestrzenie Banacha. Przykłady.
5. Przestrzenie liniowo-topologiczne. Przestrzenie lokalnie wypukłe.
6. Przestrzenie unitarne i Hilberta.
7. Układy ortogonalne. Szereg Fouriera w przestrzeni Hilberta. Przykłady.
8. Operatory liniowe. Norma operatora.

**Matematyka dyskretna**

1. Zliczanie funkcji i relacji (permutacje, kombinacje, wariacje).
2. Optymalne podziały zbiorów względem miar: ciastka, naleśnika, kanapki, naszyjnika.

**ZAGADNIENIA DO EGZAMINU MAGISTERSKIEGO**

od roku akademickiego 2018/2019

3. Podziały skończonej liczby punktów w przestrzeni euklidesowej.
4. Spójność na szachownicach.
5. Grafy i hipergrafy.
6. Rodzaje grafów.
7. Parowanie (Matching); twierdzenia Halla.
8.  $n$ -spójność; różne charakteryzacje.

**Rachunek prawdopodobieństwa II**

1. Ciągi zmiennych losowych i rodzaje ich zbieżności.
2. Funkcje charakterystyczne i ich własności.
3. Mocne i słabe prawo wielkich liczb.
4. Centralne twierdzenie graniczne.
5. Łańcuchy Markowa i ich własności.

**Równania różniczkowe**

1. Definicja równania różniczkowego zwyczajnego, jego rozwiązania szczególnego i ogólnego, interpretacja geometryczna.
2. Równania rzędu pierwszego całkowalne metodami elementarnymi: o zmiennych rozdzielonych, liniowe jednorodne i niejednorodne.
3. Twierdzenie o lokalnym istnieniu i jednoznaczności rozwiązania dla układów równań różniczkowych.
4. Metoda Eulera numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych.
5. Twierdzenia o ciągłej i gładkiej zależności rozwiązań od warunków początkowych i parametrów.
6. Układy równań różniczkowych liniowych rzędu pierwszego, struktura przestrzeni rozwiązań, liniowa niezależność rozwiązań, układ fundamentalny rozwiązań.
7. Równania rzędu  $n$  o stałych współczynnikach, metoda współczynników nieoznaczonych.
8. Pojęcie stabilności rozwiązań równań różniczkowych.

**ZAGADNIENIA DO EGZAMINU MAGISTERSKIEGO**

od roku akademickiego 2018/2019

**Topologia II**

[aktualizacja kwiecień 2020 r.]

1. Kategoria przestrzeni topologicznych, gładkich rozmaitości i kompleksy.
2. Homotopia i grupa podstawowa. Retrakcja i twierdzenie Brouwera dla dysku.
3. Grupy homologii i ko-homologii. Funktorialność.
4. Ciąg dokładny.
5. Wzór Kunetha.
6. Grupy homotopii. Ogólne twierdzenie Brouwera i twierdzenie Borsuka-Ulana.
7. Funktorialność grup homotopii i homotopie  $\pi_k(S^n)$  sfer  $S^n$  dla  $k \leq n$ .
8. Twierdzenie Hurewicza.
9. Grupy Liego i ich grupy homologii i ko-homologii.

**Procesy stochastyczne**

1. Pojęcie procesu stochastycznego. Trajektorie procesu. Przestrzeń stanów procesu.
2. Procesy stacjonarne i ich własności.
3. Proces błądzenia losowego. Proces gałązkowy.
4. Proces Wienera i jego własności.
5. Proces Poissona i jego własności.

**Statystyka II**

1. Estymacja punktowa i przedziałowa. Własności estymatorów.
2. Ogólne metody uzyskiwania estymatorów.
3. Statystyki dostateczne. Estymatory nieobciążone o minimalnej wariancji i metody ich konstruowania.
4. Moc testu statystycznego. Testy jednostajnie najmocniejsze. Testy ilorazu wiarygodności.
5. Klasyczne i bayesowskie podejście do wnioskowania statystycznego – podobieństwa i różnice.

**ZAGADNIENIA DO EGZAMINU MAGISTERSKIEGO**

od roku akademickiego 2018/2019

***Przedmioty specjalnościowe*****SPECJALNOŚĆ  
NAUCZANIE MATEMATYKI**

1. Trojaka natura matematyki szkolnej.
2. Cele nauczania matematyki. Cele ogólne i operacyjne. Podział celów nauczania według Z. Krygowskiej i S. Turnau.
3. Metody nauczania. Rodzaje i klasyfikacja metod stosowanych w nauczaniu matematyki. Metody aktywizujące uczniów.
4. Koncepcje realistycznego, problemowego i czynnościowego nauczania matematyki.
5. Zadania matematyczne i ich podział. Polyowski schemat rozwiązywania zadań.
6. Budowa i znaczenie definicji pojęć matematycznych w matematyce szkolnej. Błędy w definiowaniu pojęć matematycznych.
7. Twierdzenie matematyczne i jego dowód w matematyce szkolnej.
8. Typy rozumowań matematycznych: wnioskowanie empiryczne, rozumowanie intuicyjne i rozumowanie formalne; rozumowanie dedukcyjne i redukcyjne.
9. Język matematyki szkolnej. Elementy algebry w nauczaniu.
10. Badania edukacyjne w Polsce i na świecie.

**SPECJALNOŚĆ  
ZASTOSOWANIA MATEMATYKI**

1. Struktura rynku finansowego. Uczestnicy rynku. Rynek regulowany. Giełdy. Rynek pozagiełdowy.
2. Instrumenty finansowe. Obligacje, akcje. Instrumenty pochodne – kontrakty forward, futures, wymiany, opcje.
3. Model dwumianowy – wycena opcji europejskich i amerykańskich.
4. Modele z czasem ciągłym – model Blacka-Scholesa i jego modyfikacje.
5. Wybrane egzotyczne instrumenty pochodne np. opcje azjatyckie, barierowe, wyboru.