KATEDRA MATEMATYKI UJK

ZAGADNIENIA DO EGZAMINU MAGISTERSKIEGO od roku akademickiego 2020/2021

## Analiza zespolona oraz teoria miary i całki

1. Definicja funkcji holomorficznej.
2. Wzór całkowy Cauchy'ego.
3. Dowód podstawowego twierdzenia algebry.
4. Metoda obliczania całek przy pomocy residuum.
5. Zasada maksimum.
6. Ciała i sigma- ciała zbiorów; pojęcie funkcji mierzalnych względem sigma-ciała i ich własności.
7. Miara Lebesgue'a na przestrzeniach $R^n$ ; własności.
8. Miary dodatnie; całka Lebesgue'a względem miary dodatniej.
9. Twierdzenia Lebesgue'a o zbieżności - monotonicznej i ograniczonej.
10. Przestrzenie funkcji całkowalnych.
11. Miary produktowe - twierdzenie Fubiniego.

## Analiza funkcjonalna

1. Normy, przestrzenie unormowane. Przykłady.
2. Przestrzenie Banacha. Przykłady.
3. Przestrzenie liniowo-topologiczne. ~~,~~
4. Przestrzenie unitarne i Hilberta.
5. Ortogonalność i ortonormalność.
6. Szereg Fouriera w przestrzeni Hilberta. Przykłady.
7. Operatory liniowe. Norma operatora.
8. Twierdzenie Hahn’a-Banacha.
9. Twierdzenie Banacha o operatorze otwartym i wykresie domkniętym.

## Rachunek prawdopodobieństwa II

1. Ciągi zmiennych losowych i rodzaje ich zbieżności.
2. Funkcje charakterystyczne i ich własności.
3. Mocne i słabe prawo wielkich liczb.
4. Centralne twierdzenie graniczne.
5. Łańcuchy Markowa i ich własności.

## Równania różniczkowe

1. Definicja równania różniczkowego zwyczajnego, jego rozwiązania szczególnego i ogólnego, interpretacja geometryczna.
2. Równania rzędu pierwszego całkowalne metodami elementarnymi: o zmiennych rozdzielonych, liniowe jednorodne i niejednorodne.
3. Twierdzenie o lokalnym istnieniu i jednoznaczności rozwiązania dla układów równań różniczkowych.
4. Liniowe układy równań różniczkowych rzędu pierwszego, struktura przestrzeni rozwiązań, układ fundamentalny rozwiązań.
5. Równania i układy równań o stałych współczynnikach i ich rozwiązywanie.
6. Pojęcie stabilności rozwiązań równań różniczkowych.

## Topologia II

1. Kategoria przestrzenie topologicznych, gładkich rozmaitości i kompleksy.
2. Homotopia i grupa podstawowa. Retrakcja i twierdzenie Brouwera dla dysku.
3. Grupy homologii i ko-homologii. Funktorialność.
4. Ciąg dokładny.
5. Grupy homotopii. Ogólne twierdzenie Brouwera i twierdzenie Borsuka-Ulama.
6. Funktorialność grup homotopii i homotopie $\pi_K(S_n)$ sfer $S_n$ dla $k \leq n$.
7. Grupy Liego i ich grupy homologii i ko-homologii.

## Procesy stochastyczne

1. Procesy stacjonarne i ich własności.  Strumienie zdarzeń. Losowe procesy w systemach kolejkowych.
2. Proces błądzenia losowego. Procesy Markowa
3. Proces Poissona i jego własności. Proces losowy jako rozwiązanie stochastycznego równania różniczkowego.

## Statystyka II

1. Estymacja punktowa i przedziałowa. Własności estymatorów.
2. Ogólne metody uzyskiwania estymatorów.
3. Statystyki dostateczne. Estymatory nieobciążone o minimalnej wariancji i metody ich konstruowania.
4. Moc testu statystycznego. Testy jednostajnie najmocniejsze. Testy ilorazu wiarygodności.
5. Klasyczne i bayesowskie podejście do wnioskowania statystycznego – podobieństwa i różnice.

## Geometria algebraiczna, geometria różniczkowa i topologia algebraiczna

1. Relacje pomiędzy afinicznymi zbiorami algebraicznymi a ideałami w pierścieniu wielomianów.
2. Pojęcia radykału oraz ideału radykalnego. Twierdzenia Hilberta o zerach (HILBERT’S NULLSTELLENSATZ).
3. Zbiory algebraiczne w przestrzeni rzutowej. Pojęcie rzutowej krzywej płaskiej. Twierdzenie Bézouta dla krzywych na płaszczyźnie rzutowej.
4. Wiązka styczna i tensor metryczny
5. Koneksja Levi-Civita i krzywizna
6. Rozmaitości afiniczne i rzutowe
7. Homologie i kohomologie