

Zadanie 1. Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych zachodzi nierówność:

$$\sqrt{a^4 + b^4 + 1} \leq a^2 + b^2 + 1$$

Zadanie 2. Udowodnij, że liczba

$$\frac{1}{9999999} \cdot (10^{2023} - 1)$$

jest liczbą całkowitą niepodzielną przez 11.

Zadanie 3. Czy dowolny siedmiokąt można rozciąć na skończoną liczbę trójkątów równoramiennych? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 4. Z czterech różnych cyfr, takich że żadna z nich nie jest zerem, utworzono wszystkie możliwe liczby czterocyfrowe. Suma tych liczb jest równa 193314. Oblicz różnicę największej i najmniejszej liczby z utworzonych liczb czterocyfrowych.

Zadanie 5. Udowodnij, że suma pięciu kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 5. Czy prawdą jest że suma siedmiu kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 7? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 6. Do każdej ściany czworościanu foremnego o krawędzi a doklejono po jednym mniejszym czworościanie foremnym o krawędzi $\frac{a}{2}$, w taki sposób, że otrzymano wielościan gwiazdzisty-*stella octangula*. Oblicz pole powierzchni i objętość powstałej bryły.