

## I Wojewódzki Konkurs Matematyczny dla uczniów klas I i II szkół średnich województwa świętokrzyskiego

Zawody finałowe (26 maja 2022 r.).

1. Wykres funkcji liniowej  $f(x) = 2mx + m - 2$  przecina osie układu w dwóch różnych punktach  $A = (a; 0)$  i  $B = (0; b)$ . Udowodnić, że niezależnie od wartości  $m$  co najmniej jedna z liczb  $a, b$  jest ujemna.
2. Czy istnieje trójkąt, którego wysokości są równe 2, 4, 5?
3. Wyznacz wszystkie wartości  $m$ , dla których funkcja  $f(x) = x^2 + 6x + m^2 + 4m + 13$  przyjmuje wartości dodatnie dla każdego  $x \in \mathbb{R}$ .
4. Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych dodatnich  $a, b$ , których różnica jest równa 5 i których iloczyn jest kwadratem liczby całkowitej.
5. Dany jest trójkąt prostokątny  $ABC$  o przeciwprostokątnej  $AB$ . Punkt  $D$  jest rzutem prostokątnym punktu  $C$  na prostą  $AB$  ( $CD$  jest wysokością trójkąta  $ABC$ ). Punkty  $P, Q, R$  są środkami odpowiednio odcinków  $CD, AD, BD$ . Udowodnić, że  $\sphericalangle APB + \sphericalangle QCR = 180^\circ$ .
6. Liczby  $a, b, c$  spełniają warunek  $a+b+c = 1$ . Wyznacz największą wartość wyrażenia  $ab+bc+ca$ .

### Informacje dla uczestnika zawodów

- Czas trwania zawodów: 180 minut.
- Należy pisać na białym papierze (może być w kratkę), nie używać koloru czerwonego.
- W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, praca zostanie unieważniona.
- Nie wolno korzystać z telefonów komórkowych; muszą być schowane i wyłączone.
- Można korzystać z tablic z wzorami matematycznymi, linijki, cyrkla i kalkulatora prostego.