

III Wojewódzki Konkurs Matematyczny dla uczniów klas I i II szkół średnich województwa świętokrzyskiego

Zawody pierwszego stopnia (29 lutego 2024 r.).

1. Rozwiąż równanie

$$|1 - |2x - 3|| = 10.$$

- Wyznacz wszystkie liczby całkowite dodatnie, mniejsze od 1000, które są kwadratem liczby całkowitej oraz sumą pięciu kolejnych liczb całkowitych parzystych. Odpowiedź uzasadnij.
- Wyznacz wszystkie wartości parametru m dla których funkcja $f(x) = x^2 + (m^2 - x)(x + 2m) + x$ jest funkcją **nierosnącą** (ściśle malejącą lub stałą).
- Punkt G leży na boku BC kwadratu $ABCD$ oraz $AG = 5$. Punkty E i F leżą na zewnątrz kwadratu $ABCD$ i są wierzchołkami kwadratu $BEFG$ (punkt B leży na odcinku AE). Wyznacz długość odcinka FD .
- Na tablicy znajduje się tysiąc kolejnych liczb całkowitych dodatnich: 1, 2, 3, 4, ..., 1000. Liczba 1 oraz wszystkie liczby pierwsze są niebieskie, liczby parzyste są czerwone, a pozostałe białe. Wyznacz wszystkie liczby k o następującej własności: istnieje 10 kolejnych liczb, wśród których dokładnie k jest białych. Odpowiedź uzasadnij.
- W trójkącie prostokątnym ABC o kącie prostym przy wierzchołku C i kącie ostrym przy wierzchołku A równym 30 stopni długość przeciwprostokątnej jest równa 12. Środek okręgu stycznego do boków AC i BC tego trójkąta leży na przeciwprostokątnej. Wyznacz długość promienia tego okręgu.
- Uzasadnij, że jeżeli $a > 2$ oraz $b > 3$ to

$$2ab > 3a + 2b.$$

Informacje dla uczestnika zawodów

- Czas trwania zawodów: 90 minut.
- Należy pisać na białym papierze (może być w kratkę), nie używać koloru czerwonego.
- W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, praca zostanie unieważniona.
- Nie wolno korzystać z telefonów komórkowych; muszą być schowane i wyłączone.
- Można korzystać z tablic z wzorami matematycznymi, linijki, cyrkla i kalkulatora prostego.