

Zadania konkursowe

Zadanie 1. Rozstrzygnij, czy liczbę 10023 da się zapisać w postaci $a^2 + b^2$ dla pewnych całkowitych a, b ?

Zadanie 2. Uzasadnij, że

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{9997 \cdot 9999} < \frac{1}{2}.$$

Zadanie 3. Ile jest liczb czterocyfrowych podzielnych przez 2 lub 3 lub 5?

Zadanie 4. Wyznacz dwie ostatnie cyfry w zapisie dziesiętnym liczby 7^{2026} .

Zadanie 5. Wiadomo, że liczby rzeczywiste a, b, c, d spełniają warunki

$$a^2 + b^2 = 1 \text{ oraz } c^2 + d^2 = \sqrt{3}.$$

Wyznacz pole powierzchni całkowitej sześcianu o boku x , gdzie

$$x = 1 + (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2 - \frac{1}{2} \left((c + d)^2 + (c - d)^2 \right).$$

Zadanie 6. W sześciokącie foremnym o boku równym 1 wybrano 8 punktów. Udowodnij, że pewne dwa z tych punktów są odległe od siebie o nie więcej niż 1.