

II Wojewódzki Konkurs Matematyczny dla uczniów klas I i II szkół średnich województwa świętokrzyskiego

Zawody finałowe (18 maja 2023 r.).

1. Dana jest funkcja $f(x) = ax + a^2 - 3$. Dziedziną tej funkcji jest zbiór $\langle -2; 4 \rangle$. Wyznacz, w zależności od parametru a , największą wartość tej funkcji.
2. Odcinek CD jest wysokością trójkąta prostokątnego ABC o kącie prostym przy wierzchołku C . Udowodnić, że $AB \geq 2 \cdot CD$.
3. Dana jest liczba sześciocyfrowa $A = \overline{abcdef}$. Liczba sześciocyfrowa $B = \overline{defabc}$ powstaje przez przeniesienie trzech ostatnich cyfr liczby A na początek (zachowując ich kolejność). Udowodnić, że liczba $A + B$ jest podzielna przez 13.
4. Dana jest funkcja $f(x) = mx^2 - (3m + m^2)x + 3m^2$. Wyznacz wszystkie wartości całkowite parametru m , dla którego istnieje taka całkowita liczba x , że $f(x)$ jest liczbą pierwszą.
5. Liczby $a, b, \sqrt{a} + \sqrt{b} - 2\sqrt{ab} \neq \frac{1}{2}$ są wymierne. Udowodnić, że liczby \sqrt{a}, \sqrt{b} są wymierne.
6. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC o kącie przy wierzchołku C równym 60° . Punkty D i E leżą odpowiednio na bokach BC i AC oraz $\sphericalangle BAD = 30^\circ$ i $\sphericalangle ABE = 30^\circ$. Udowodnić, że $AE = BD$.

Informacje dla uczestnika zawodów

- Czas trwania zawodów: 180 minut.
- Należy pisać na białym papierze (może być w kratkę), nie używać koloru czerwonego.
- W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, praca zostanie unieważniona.
- Nie wolno korzystać z telefonów komórkowych; muszą być schowane i wyłączone.
- Można korzystać z tablic z wzorami matematycznymi, linijki, cyrkla i kalkulatora prostego.