

KATEDRA MATEMATYKI UJK

ZAGADNIENIA NA EGZAMIN DYPLOMOWY MAGISTERSKI

obowiązują od roku akademickiego 2025/2026

Uwagi ogólne: Przedmiotem oceny odpowiedzi studenta na egzaminie dyplomowym jest nie tylko znajomość wylosowanego zagadnienia, ale również sposób jego prezentacji w języku matematyki (np. poprawność sformułowania definicji i twierdzeń, jakość zapisu symbolicznego) i umiejętność znajdowania powiązań z innymi zagadnieniami z zakresu studiów II stopnia. Zagadnienia zostały sformułowane w sposób szeroki. Komisja egzaminacyjna ma możliwość doprecyzowania zagadnienia.

1. Definicja funkcji holomorficznej.
2. Wzór całkowy Cauchy'ego.
3. Dowód podstawowego twierdzenia algebry.
4. Metoda obliczania całek przy pomocy residuum.
5. Zasada maksimum.
6. Algebry i sigma- algebry zbiorów; pojęcie funkcji mierzalnych względem sigma- algebry i ich własności.
7. Miara Lebesgue'a na przestrzeniach $\mathbb{R}^n$; własności.
8. Miary dodatnie; całka Lebesgue'a względem miary dodatniej.
9. Twierdzenia Lebesgue'a o zbieżności - monotonicznej i ograniczonej.
10. Przestrzenie funkcji całkowalnych.
11. Miary produktowe – twierdzenie Fubiniego.
12. Normy, przestrzenie unormowane. Przykłady.
13. Przestrzenie Banacha. Przykłady.
14. Przestrzenie unitarne i Hilberta.
15. Ortogonalność i ortonormalność.
16. Szereg Fouriera w przestrzeni Hilberta. Przykłady.

17. Operatory liniowe. Norma operatora.
18. Twierdzenie Hahn'a-Banacha.
19. Twierdzenie Banacha o operatorze otwartym i wykresie domkniętym.
20. Ciągi zmiennych losowych i rodzaje ich zbieżności.
21. Funkcje charakterystyczne i ich własności.
22. Mocne i słabe prawo wielkich liczb.
23. Centralne twierdzenie graniczne.
24. Łańcuchy Markowa i ich własności.
25. Definicja równania różniczkowego zwyczajnego, jego rozwiązania szczególnego i ogólnego, interpretacja geometryczna.
26. Równania rzędu pierwszego całkowalne metodami elementarnymi: o zmiennych rozdzielonych, liniowe jednorodne i niejednorodne.
27. Twierdzenie o lokalnym istnieniu i jednoznaczności rozwiązania dla układów równań różniczkowych.
28. Liniowe układy równań różniczkowych rzędu pierwszego, struktura przestrzeni rozwiązań, układ fundamentalny rozwiązań.
29. Równania i układy równań o stałych współczynnikach i ich rozwiązywanie.
30. Pojęcie stabilności rozwiązań równań różniczkowych.
31. Kategorie i funktory.
32. Przykłady kategorii w topologii i algebrze.
33. Homotopie.
34. Grupa podstawowa.
35. Nakrycia.
36. Grupa podstawowa okręgu.
37. Twierdzenie Brouwera o punkcie stałym.
38. Twierdzenie Borsuka-Ulama.
39. Grupy homotopii.
40. Pojęcie procesu stochastycznego. Skończenie wymiarowe dystrybuanty procesu stochastycznego i jego funkcje momentowe.
41. Procesy Wienera i Poissona, ich właściwości. Procesy stacjonarne i ergodyczne.

- 42. Procesy Markowa i równania Kołmogorowa-Chapmana.
- 43. Stochastyczne równania różniczkowe, całka Ito. Wzór Ito.
- 44. Estymacja punktowa i przedziałowa. Własności estymatorów.
- 45. Ogólne metody uzyskiwania estymatorów.
- 46. Statystyki dostateczne. Estymatory nieobciążone o minimalnej wariancji i metody ich konstruowania.
- 47. Moc testu statystycznego. Testy jednostajnie najmocniejsze. Testy ilorazu wiarygodności.
- 48. Klasyczne i bayesowskie podejście do wnioskowania statystycznego – podobieństwa i różnice.