

## V Wojewódzki Konkurs Matematyczny dla uczniów klas I i II szkół średnich województwa świętokrzyskiego

Zawody pierwszego stopnia (5 lutego 2026 r.).

1. Wykaż, że zachodzi równość

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 4.$$

2. Wyznacz wzór funkcji liniowej  $f(x)$ , wiedząc, że jej wykres jest równoległy do prostej o równaniu  $y = -2x + 7$  i przechodzi przez punkt  $P(3, -2)$ . Następnie oblicz pole trójkąta ograniczonego przez wykres tej funkcji oraz osie układu współrzędnych.

3. Dany jest wypukły czworokąt  $ABCD$ , którego przekątne przecinają się w punkcie  $E$ . Symbol  $[XYZ]$  oznacza pole trójkąta  $XYZ$ . Wiadomo, że

$$[ABE] = 3, \quad [BCE] = 2 \quad \text{oraz} \quad [CDE] = 6.$$

Oblicz pole trójkąta  $DAE$ .

4. Znajdź wszystkie takie dodatnie liczby całkowite  $n$ , że liczba  $n+2$  jest dzielnikiem liczby  $5n+24$
5. W szkolnym kole szachowym jest 11 uczniów. Nauczyciel chce zorganizować mały turniej towarzyski na następujących zasadach:

- (a) Każda partia rozgrywana jest między dwoma uczniami.  
(b) Każdy uczeń ma rozegrać w sumie dokładnie 3 partie z różnymi przeciwnikami.

Czy nauczyciel jest w stanie ułożyć taki harmonogram rozgrywek? Odpowiedź uzasadnij.

6. Dany jest sześcian o krawędzi długości 1. Oblicz długość najkrótszej drogi łączącej dwa przeciwległe wierzchołki tego sześcianu, prowadzącej po jego powierzchni (ścianach).
7. Znajdź wszystkie liczby całkowite  $a, b$ , dla których zachodzi równość

$$a^2 - a = b^2 - 5b + 6.$$

### Informacje dla uczestnika zawodów

- Czas trwania zawodów: 90 minut.
- Należy pisać na białym papierze (może być w kratkę), nie używać koloru czerwonego.
- W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, praca zostanie unieważniona.
- Nie wolno korzystać z telefonów komórkowych; muszą być schowane i wyłączone.
- Można korzystać z tablic z wzorami matematycznymi, linijki, cyrkla i kalkulatora prostego.