

### III Wojewódzki Konkurs Matematyczny dla uczniów klas I i II szkół średnich województwa świętokrzyskiego

Zawody finałowe (16 maja 2024 r.).

1. Rozwiąż równanie

$$\frac{|5x| - |30 - 2x|}{|3x + 30|} = 1.$$

2. Dany jest romb  $ABCD$  o polu równym 100. Punkty  $E$  i  $F$  leżą na boku  $BC$  (w kolejności  $B, E, F, C$ ), natomiast punkty  $G$  i  $H$  leżą na boku  $CD$  (w kolejności  $D, H, G, C$ ), przy czym odcinki  $AE, AF, AG$  i  $AH$  podzieliły pole rombu na pięć części o równych polach. Wyznacz pole czworokąta  $EFGH$ .

3. Na ile sposobów można wybrać dwie różne liczby całkowite z przedziału  $[-50; 50]$  tak, aby ich suma była większa niż ich iloczyn?

4. Liczby dodatnie  $a, b, c$  spełniają równość  $a + b + c = 1$ . Wykaż, że

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \geq 27$$

5. Dana jest funkcja kwadratowa  $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$ . Wykaż, że równanie  $f(f(x)) = x$  nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

6. Wewnątrz kwadratu  $K$  o boku długości 2 znajduje się wielokąt wypukły  $W$  o polu większym od 2. Wykaż, że wewnątrz wielokąta  $W$  można wskazać odcinek o długości 1 równoległy do pewnego boku kwadratu  $K$ .

#### Informacje dla uczestnika zawodów

- Czas trwania zawodów: 180 minut.
- Należy pisać na białym papierze (może być w kratkę), nie używać koloru czerwonego.
- W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, praca zostanie unieważniona.
- Nie wolno korzystać z telefonów komórkowych; muszą być schowane i wyłączone.
- Można korzystać z tablic z wzorami matematycznymi, linijki, cyrkla i kalkulatora prostego.